

COMPUTER SCIENCE

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНГВИСТИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ НА ОСНОВЕ Z-ЧИСЕЛ В СИСТЕМАХ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

к.т.н., Салимов Вагиф Гасан оглы,

Азербайджанская Республика, Баку, Азербайджанский университет нефти и промышленности, доцент кафедры «Компьютерной инженерия»

DOI: https://doi.org/10.31435/rsglobal_ws/31032020/6969

ARTICLE INFO

Received: 19 January 2020

Accepted: 21 March 2020

Published: 31 March 2020

KEYWORDS

linguistic uncertainty,
decision making,
membership function,
fuzzy z-numbers,
generalized fuzzy numbers.

ABSTRACT

The article is devoted to the problem of multi criteria decision making under linguistic uncertainty. Information of different approaches for modelling linguistic uncertainty have been analyzed. The concept of z-numbers proposed by L. Zadeh have been presented. Z-number is presented as cortege of two fuzzy number A and B, where A is analyzed factor, B is reliability of an assessment. The method of conversion z-numbers into generalized fuzzy numbers have been applied. As test problem have been used supplier selection problem. As decision making model have been used group weighted average method. All calculations and results were presented.

Citation: Салимов В. Г. (2020) Modelirovanie Lingvisticheskoy Neopredelennosti na Osnove Z-Chisel v Sistemah Mnogokriterial'nogo Prinyatiya Reshenij. *World Science*. 3(55), Vol.1. doi: 10.31435/rsglobal_ws/31032020/6969

Copyright: © 2020 Салимов В. Г. This is an open-access article distributed under the terms of the **Creative Commons Attribution License (CC BY)**. The use, distribution or reproduction in other forums is permitted, provided the original author(s) or licensor are credited and that the original publication in this journal is cited, in accordance with accepted academic practice. No use, distribution or reproduction is permitted which does not comply with these terms.

Введение. Проблема принятия решений в условиях неопределенности и, в частности, лингвистической неопределенности является одной из актуальных в общей проблематике, связанной с управлением. Очень часто при решении задач принятия решений, мы вынуждены довольствоваться только информацией, доставляемой экспертами в форме лингвистических оценок. В этих условиях разработка моделей принятия решений требует адекватного учета неопределенности присущей лингвистическим оценкам.

Одним из эффективных методов моделирования лингвистической неопределенности является подход, основанный на нечетких множествах. Существует большое число работ посвященных использованию классической теории нечетких множеств и получившего название fuzzy type-1. Этот подход был предложен Л. Заде в 1965 году в работе [1]. В 1975 году Л. Заде был предложен более общий подход, получивший название fuzzy type-2 и позволяющий учитывать неточность наших знаний о функции принадлежности [2]. С. Чен в 1985 году предложил концепцию альтернативную fuzzy type-2 и получившую название обобщенных нечетких множеств (generalized fuzzy set) и которая также позволяет учесть неточных наших знаний о функции принадлежности [3]. В 2011 году Л. Заде предложил концепцию нечетких z-чисел (z-numbers), позволяющий также учитывать неточность наших знаний о функции принадлежности используя совместно подход с позиций теории вероятности и теории возможности [4]. Концепция z-чисел связана с тем, что очень часто степень уверенности эксперта в оценке значений различных факторов выражается в терминах теории вероятности

(«мало вероятно», «очень вероятно», «невероятно»). Л. Заде предложил использовать для этого новый тип нечетких данных z-числа, состоящие из двух нечетких чисел, первое из которых представляет собой нечеткую оценку фактора, второе степень уверенности в этой оценке, выраженную в терминах теории вероятности. Л. Заде предложил алгоритм выполнения операций с z-числами на основе принципа расширения [4]. Все указанные подходы широко используются при разработке моделей принятия решения в условиях лингвистической неопределенности. [5-17]. В данной работе рассматривается подход, основанный на применении нечетких z-чисел (z-numbers).

Основные понятия.

В данной статье рассмотрены вопросы применения нечетких z-чисел (z-numbers) для моделирования лингвистической неопределенности в задачах многокритериального принятия решений – Multi-Criteria Decision Making (MCDM) [6]. Рассмотрим основные понятия теории нечетких Z-чисел.

Определение: Нечеткое Z-число.

Нечеткое Z-число представляет собой кортеж состоящий из двух нечетких чисел $Z = (\tilde{A}, \tilde{B})$, где \tilde{A} – нечеткое число, представленное экспертом для оценки исследуемого фактора; \tilde{B} – нечеткое число, описывающее степень уверенности в оценке эксперта;

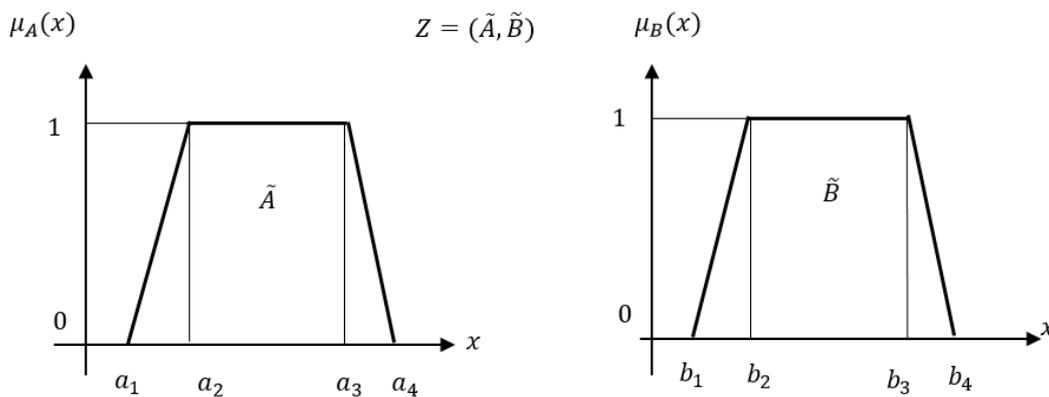


Рис. 1. Графическое представление нечеткого z-числа

Определение: Обобщенное нечеткое число. Нечеткое множество \tilde{A} , определенное на универсальном множестве вещественных чисел R , называется обобщенным нечетким числом, если его функция принадлежности обладает следующими свойствами:

- I. $\mu_{\tilde{A}}: R \rightarrow [0,1]$ является непрерывной
- II. $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0$ для всех $x \in (-\infty, a) \cup [d, \infty)$
- III. $\mu_{\tilde{A}}(x)$ строго возрастает на $[a, b]$ и строго убывает на $[c, d]$
- IV. $\mu_{\tilde{A}}(x) = w$, для всех $x \in [b, c]$, где $0 < w \leq 1$

Обобщенное нечеткое трапециевидальное число $\tilde{A} = (a, b, c, d, w)$ имеет функцию принадлежности в виде

$$\mu_x(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x - a}{b - a} & a \leq x \leq b \\ w & b \leq x \leq c \\ \frac{x - c}{d - c} & c \leq x \leq d \\ 0 & x > d \end{cases}$$

Здесь w играет роль уровня достоверности наших знаний о функции принадлежности.

Рассмотрим порядок выполнения арифметических операций над обобщенными нечеткими трапециевидальными числами. Даны два GTFN числа \tilde{A}_1 и \tilde{A}_2 :

$$\tilde{A}_1 = (a_1, b_1, c_1, d_1, w_1) \quad \tilde{A}_2 = (a_2, b_2, c_2, d_2, w_2)$$

Сложение. $\tilde{A}_1 \oplus \tilde{A}_2 = (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2, d_1 + d_2; \min(w_1, w_2))$

Вычитание. $\tilde{A}_1 \ominus \tilde{A}_2 = (a_1 - a_2, b_1 - b_2, c_1 - c_2, d_1 - d_2; \min(w_1, w_2))$

Скалярное умножение.

$$\lambda A = \begin{cases} (\lambda a, \lambda b, \lambda c, \lambda d; w) & \lambda > 0 \\ (\lambda d, \lambda c, \lambda b, \lambda a; w) & \lambda < 0 \end{cases}$$

Функция ранжирования

Для ранжирования альтернатив был использован центроидный метод, предложенный в работе [6]

$$(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) = \left(a + b + c + d - \frac{dc - ab}{(dc) - (a + b)}, \frac{w}{3} \left(1 + \frac{c - b}{(d + c) - (a + b)} \right) \right)$$

Функция ранжирования $R(\tilde{A}) = \sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2}$

Если \tilde{A}_i и \tilde{A}_j два GTFN числа, то имеем

(i) $R(\tilde{A}_i) > R(\tilde{A}_j)$ тогда $\tilde{A}_i > \tilde{A}_j$

(ii) $R(\tilde{A}_i) < R(\tilde{A}_j)$ тогда $\tilde{A}_i < \tilde{A}_j$

(iii) $R(\tilde{A}_i) = R(\tilde{A}_j)$ тогда $\tilde{A}_i = \tilde{A}_j$

Определение: Вероятность нечеткого события

Вероятностью нечеткого события называется величина определяемая как

$$P(A) = \int_A p_A(x) \mu_A(x) dx$$

С помощью этого понятия устанавливается связь между компонентами A и B.

Вычисления с z-числами могут быть реализованы путем прямого использования принципа расширения Заде, что требует очень громоздких вычислений и крайне затруднено при решении сложных прикладных задач. Альтернативный путь — это преобразование z-чисел в другие форматы, поддерживающие неопределенность функции принадлежности и для которых разработаны алгоритмы вычислений умеренной сложности. В работе [7] предложен метод преобразования Z-чисел в обобщенные нечеткие числа. Фактически степень уверенности B трансформируется в уровень нечеткости α .

$$\alpha = \frac{\int x \mu_B(x) dx}{\int \mu_B(x) dx}$$

Далее Z – число трансформируется в обобщенное нечеткое число $(x, \mu_\alpha(x))$

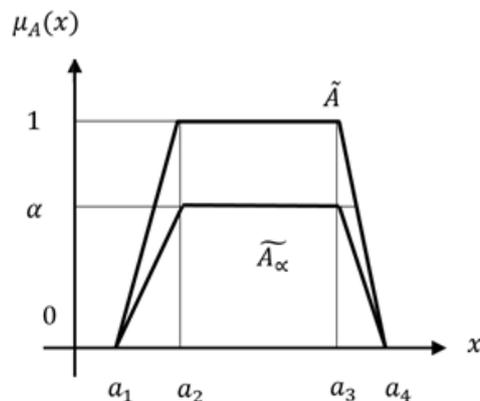


Рис 2. Графическое представление обобщенного нечеткого числа.

Постановка задачи и метод решения.

Применение нечетких z-чисел рассмотрим на примере задачи выбора поставщика (supplier selection). Эта задача формализуется как задача MCDM с групповым методом принятия решений. Имеется 3 потенциальных поставщика A_i ($i = 1, 2, 3$), деятельность которых описывается 4 атрибутами:

C_1 - качество товара, C_2 – фактор риска, C_3 –уровень обслуживания, C_4 – профиль компании.

Также имеется 3 эксперта E_k ($k = 1, 2, 3$) с соответствующими весовыми коэффициентами

$$\lambda = (0.3 \ 0.45 \ 0.25)$$

Для всех атрибутов C_i ($i = 1, 2, 3, 4$) также определены весовые коэффициенты важности

$$\omega = (0.3 \ 0.15 \ 0.2 \ 0.35)$$

В таблице 1 представлены лингвистические термы, которые используются для оценки альтернатив решений – «Очень низкий» (VL), «Низкий» (L), «Средний» (M), «Высокий» (H), «Очень высокий» (VH).

Таблица 1.

Лингвистические термы фактора А	Функция принадлежности μ_A
Очень низкий (VLK)	(0,0.1,0.2.0.3)
Низкий (L)	(0.1,0.3,0.45,0.7)
Средний (M)	(0.4,0.5,0.7,0.8;)
Высокий (H)	(0.5,0.6,0.75,0.85)
Очень высокий (VH)	(0.6,0.7,0.8,0.9)

Лингвистические термы используемые для оценки степени уверенности представлены в таблице 2.

Таблица 2.

Лингвистические термы степени уверенности В	Значения функции принадлежности μ_B
Невозможно (impossible) IM	(0.0, 0.01, 0.02, 0.05)
Очень маловероятно (Very unlikely) VU	(0.02, 0.15, 0.20, 0.25)
Вероятно (Likely) LK	(0.20, 0.30, 0.50, 0.65)
Очень вероятно (Very likely) VLK	(0.50, 0.60, 0.70, 0.80)
Определенный (Certain) C	(0.70, 0.85, 0.95, 0.99)

Эксперты, используя указанные термы выполняют оценку всех потенциальных поставщиков по всем атрибутам и результаты представлены в таблицах 3-5

Таблица 3.

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	(M,LK)	(H,LK)	(VH,VU)	(VH,LK)
A_2	(H,LK)	(M, VLK)	(H, VU)	(H,LK)
A_3	(VH,VLK)	VH (VU)	(M,VLK)	(H, VU)

Таблица 4.

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	(H,VU)	(VH,LK)	(H,VU)	(H,LK)
A_2	(M,VLK)	(H,LK)	(VH,VLK)	(VH,VU)
A_3	(H,LK)	(VH,VU)	(M,VU)	(VH,VLK)

Таблица 5.

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	(M,VU)	(H,LK)	(H,VU)	(H,VLK)
A_2	(H,VLK)	(VH,LK)	(VH,VLK)	(H,VU)
A_3	(M,LK)	(H,LK)	(M, VU)	(VH,VLK)

Рассчитываем значение α для различных значений степени уверенности

$$\alpha(VU) = 0.1$$

$$\alpha(LK) = 0.4$$

$$\alpha(VLK) = 0.6$$

$$\alpha(VLK) = 0.86$$

Далее выполняется агрегация указанных результатов по всем экспертам с использованием формулы

$$\tilde{A}_{ij}^k = \oplus_{k=1}^3 (\lambda_k \tilde{A}_{ij}^{(k)})$$

Проведя расчеты в MS Excel получим следующие результаты:

$$\tilde{A}_{11} = (0.46, 0.57, 0.75, 0.86; 0.1)$$

$$\tilde{A}_{12} = (0.55, 0.65, 0.77, 0.87; 0.4)$$

$$\tilde{A}_{13} = (0.53, 0.63, 0.77, 0.87; 0.1)$$

$$\tilde{A}_{14} = (0.53, 0.63, 0.77, 0.87; 0.4)$$

$$\tilde{A}_{21} = (0.46, 0.56, 0.73, 0.83; 0.4)$$

$$\tilde{A}_{22} = (0.50, 0.60, 0.75, 0.85; 0.4)$$

$$\tilde{A}_{23} = (0.57, 0.67, 0.79, 0.89; 0.1)$$

$$\tilde{A}_{24} = (0.55, 0.65, 0.77, 0.87; 0.1)$$

$$\tilde{A}_{31} = (0.73, 0.79, 0.87, 0.92; 0.1)$$

$$\tilde{A}_{32} = (0.58, 0.68, 0.79, 0.89; 0.1)$$

$$\tilde{A}_{33} = (0.40, 0.50, 0.70, 0.80; 0.1)$$

$$\tilde{A}_{34} = (0.57, 0.67, 0.79, 0.89; 0.1)$$

Данные результаты могут быть представлены в виде коллективной матрицы

$$R = \begin{pmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} & \tilde{A}_{13} & \tilde{A}_{14} \\ \tilde{A}_{21} & \tilde{A}_{22} & \tilde{A}_{23} & \tilde{A}_{24} \\ \tilde{A}_{31} & \tilde{A}_{32} & \tilde{A}_{33} & \tilde{A}_{34} \end{pmatrix}$$

На следующем шаге выполняется агрегация по атрибутам с помощью формулы

$$A_i = \oplus_{i=1}^4 (\omega_i \tilde{A}_{ij})$$

В результате получаем глобальные оценки альтернатив (таблица 6)

Таблица 6.

Альтернативы	GTFN значения
A_1	(0.51, 0.61, 0.76, 0.87; 0.1)
A_2	(0.52, 0.62, 0.76, 0.86; 0.1)
A_3	(0.58, 0.67, 0.79, 0.88; 0.1)

Для сравнения альтернатив используя функцию ранжирования имеем:

$$\text{Rank}(A_1) = 3.52 > \text{Rank}(A_3) = 3.49 > \text{Rank}(A_2) = 3.45$$

Наилучшим является поставщик A_1 .

Выводы. В данной статье была исследована проблема построения многокритериальной модели принятия решений (MCDM) в условиях лингвистической неопределенности. В качестве модели принятия решений была использована модель группового принятия решений, а в качестве модели неопределенности нечеткие z-числа. В качестве тестовой задачи была использована задача выбора поставщика.

ЛИТЕРАТУРА

1. L.A. Zadeh, "Fuzzy sets," Information and Control, vol. 8, 1965, pp. 338-353.
2. L.A. Zadeh, The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning – I, Information Sciences 8 (3), 1975, p. 199–249.
3. Chen, S. H. Operations on fuzzy numbers with function principal. Tamkang Journal of Management Sciences, 6, 1985, p. 13-25.
4. Zadeh, L.A.: A note on Z-numbers. Information Science 181, 2011, p. 2923–2932
5. L. A. Zadeh, "From computing with numbers to computing with words—from manipulation of measurements to manipulation of perceptions," IEEE Trans. on Circuits and Systems–1, Fundamental Theory and Applications, vol. 4, 1999, p. 105–119

6. Y. L. P. Thorani¹, P. Phani Bushan Rao, and N. Ravi Shankar Ordering Generalized Trapezoidal Fuzzy Numbers, *Int. J. Contemp. Math. Sciences*, Vol. 7, 2012, no. 12, p. 555 – 573
7. B. Kang, D. Wei, Y. Li, Y. Deng. A Method of Converting Z-number to Classical Fuzzy Number, *Journal of Information & Computational Science* 9: 3, 2012, p. 703-709
8. J.M. Mendel, R.I. John, F. Liu, Interval type-2 fuzzy logic systems made simple, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 14 (6) ,2006, p. 808–821.
9. Banerjee S., Kumar T. Arithmetic Operations on Generalized Trapezoidal Fuzzy Number and its Applications, *Turkish Journal of Fuzzy Systems* (eISSN: 1309–1190) Vol.3, No.1, 2012, p. 16-44
10. J.M. Mendel, R.I. John, F. Liu, Interval type-2 fuzzy logic systems made simple, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 14 (6) ,2006, p. 808–821.
11. M.J. Tsai, C.S. Wang, A computing coordination based fuzzy group decision making for web service oriented architecture, *Expert Systems with Applications* 34 (4) ,2008, p. 2921–2936.
12. J. Ma, J. Lu, G. Zhang, Decider: a fuzzy multi-criteria group decision support system, *Knowledge-Based Systems* 23 (1) ,2010, p. 23–31.
13. I.J. Perez, F.J. Cabrerizo, E. Herrera-Viedma, Group decision making problems in a linguistic and dynamic context, *Expert Systems with Applications* 38 (3) 2011, p. 675–1688.
14. Z.S. Xu, Approaches to multi-stage multi-attribute group decision making, *International Journal of Information Technology and Decision Making* 10 (1),2011, p.121–146.
15. J. Pang, J. Liang, Evaluation of the results of multi-attribute group decision making with linguistic information, *Omega-International Journal of Management Science* 40 (3), 2012, p.294–301.
16. W. Wanga, X. Liu, Y. Qin, Multi-attribute group decision making models under interval type-2 fuzzy environment, *Knowledge-Based Systems* 30, 2012, p. 121–128.
17. S.-M. Chen, L.-W. Lee, Fuzzy multiple criteria hierarchical group decision making based on interval type-2 fuzzy sets, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans* 40 (5), 2010, p. 1120–1128.